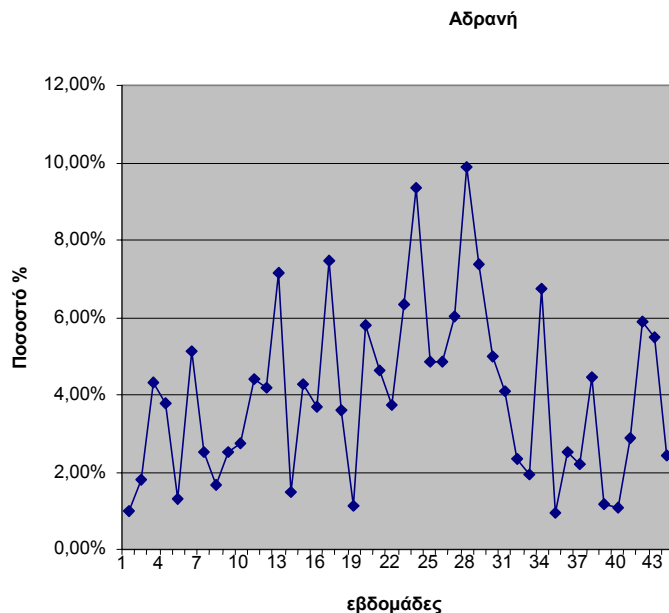


## ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ

Ένα σύνολο διαδοχικών δεδομένων αποτελεί μια σειρά. Δεδομένα που σχηματίζουν σειρές προέρχονται γενικά από την καταγραφή της τιμής μιας μεταβλητής κατά την εξέλιξή της.

**Χρονοσειρά** είναι η καταγραφή της τιμής μίας μεταβλητής που εξελίσσεται στον χρόνο. Εάν η καταγραφή είναι συνεχής τότε σχηματίζεται **συνεχής χρονοσειρά**. Οι συνεχείς χρονοσειρές προκύπτουν από αναλογικά καταγραφικά όργανα μετρήσεων (Μηχανικοί βροχογράφοι, σταθμηγράφοι, θερμογράφοι κ.λπ.). Είναι δυνατόν όμως η καταγραφή των τιμών να γίνεται μόνο σε ορισμένες χρονικές στιγμές οπότε έχουμε **διακριτή χρονοσειρά** (διακριτή στον χρόνο). Αυτή είναι η συνηθέστερη περίπτωση. Οι σειρές αυτές προκύπτουν είτε από μετρήσεις παρατηρητών (ημερήσιες, ωριαίες με απλά όργανα: σταθμήμετρα, βροχόμετρα, θερμόμετρα κ.λπ.), είτε από τα σύγχρονα αυτόματα ψηφιακά όργανα μετρήσεως όπως ηλεκτρομηχανικά βροχόμετρα, ηλεκτρονικά θερμόμετρα κ.λπ.



Επειδή για οποιαδήποτε μαθηματική επεξεργασία μίας χρονοσειράς είναι απαραίτητη η ύπαρξη διακριτών τιμών, οι συνεχείς χρονοσειρές μετατρέπονται τελικά και αυτές σε διακριτές με δειγματοληψία τιμών επάνω στη συνεχή καταγραφή.

Οι διακριτές χρονοσειρές μπορεί να έχουν **σταθερό βήμα**, δηλαδή χρονική απόσταση μεταξύ των διαδοχικών τιμών, ή τυχαίο, μεταβλητό. Όταν το βήμα δεν είναι σταθερό είναι απαραίτητο η χρονοσειρά να είναι διπλή: τιμές - αντίστοιχος χρόνος. Αυτό είναι προφανώς επιβαρυντικό για την αποθήκευση και παράσταση της σειράς είτε σε πίνακα είτε σε διάγραμμα και δυσχεραίνει και τη μαθηματική επεξεργασία της σειράς. Για τον σκοπό αυτό επιδιώκεται σε κάθε σειρά να αποκατασταθεί σταθερό βήμα είτε με συμπλήρωση είτε με παρεμβολή στη σειρά.

## Χαρακτηριστικά των χρονοσειρών

Το σπουδαιότερο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των χρονοσειρών, σε σχέση με κάθε άλλη συλλογή μετρήσεων ή δειγματοληψία, είναι η διάταξη των τιμών σε μία χρονική κλίμακα και η εξάρτηση της τιμής τους από την χρονική στιγμή της μετρήσεως. Αυτή η εξάρτηση μπορεί να είναι απόλυτη και να είναι δυνατή η έκφραση της από μία συνάρτηση του τύπου  $f(t)$ , οπότε η σειρά είναι προσδιοριστική.

Η εξάρτηση όμως από τον χρόνο μπορεί να εκφράζεται κυρίως στην εξάρτηση από μια ή περισσότερες προηγούμενες τιμές

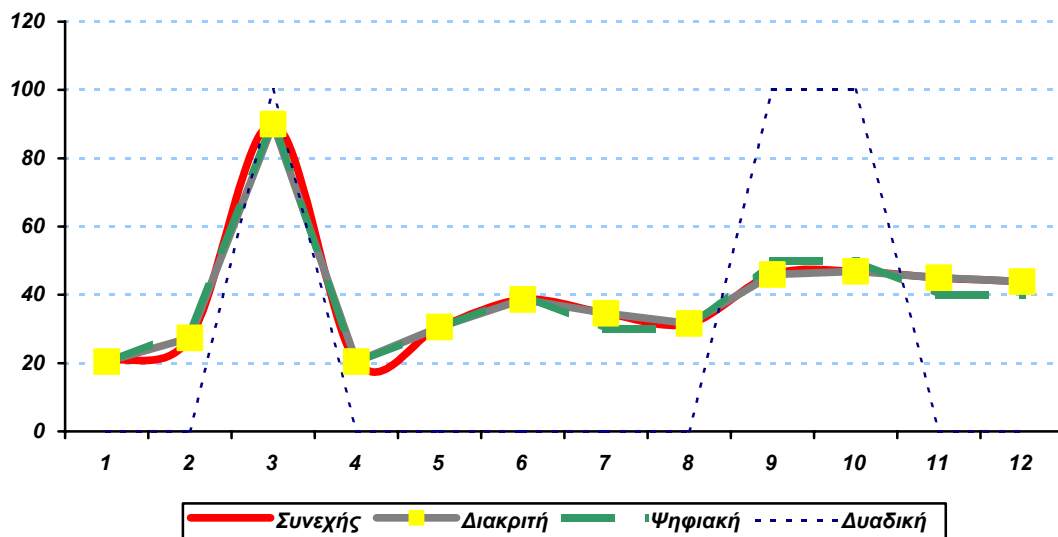
$$x_t = \alpha x_{t-1} + \beta x_{t-2} + \dots + \varepsilon$$

δηλαδή να εκφράζεται στη **μνήμη** ή **εμμονή** σε ένα κατά τα άλλα τυχαίο σύνολο τιμών.

Μία χρονοσειρά μπορεί να αντιπροσωπεύει:

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| 1. πρωτογενείς στιγμιαίες μετρήσεις: | στιγμιαία παροχή   |
| 2. αθροιστικές τιμές:                | ημερήσιο ή μηνιαίο ύψος βροχής   |
| 3. ακραίες τιμές:                    | μέγιστη ή ελάχιστη θερμοκρασία   |
| 4. μέσες τιμές:                      | μέση θερμοκρασία   |
| 5. ειδικές τιμές:                    | διεύθυνση ανέμου σε μοίρες ( $0^\circ - 360^\circ$ ) ή σε διευθύνσεις Β, ΒΑ, Α κ.λπ. |

Μια σειρά μπορεί να είναι **ψηφιακή** εάν οι τιμές εκφράζονται σε ασυνεχή βήματα (πεπερασμένα τον αριθμό διαστήματα ή κλάσεις) ή ακόμη **δυναδική** εάν οι μόνες δυνατές τιμές είναι το 0 και το 1 ή -1, 0 και 1.



Εκτός από τα παραπάνω χαρακτηριστικά των χρονοσειρών που αφορούν κυρίως την παρατήρηση, μέτρηση και καταγραφή (δειγματοληψία) της μεταβλητής που δημιουργεί τη σειρά, κάθε

χρονοσειρά παρουσιάζει και ορισμένα χαρακτηριστικά που αφορούν το φαινόμενο το οποίο αντιπροσωπεύει. Αυτά είναι:

- 1) **Διαλείψεις:** Απουσία τιμών για κάποιο χρονικό διάστημα. Το πλέον χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η βροχή. Σε χρονικό βήμα μικρότερο από τον μήνα είναι ένα τελείως ασυνεχές φαινόμενο.
- 2) **Τοπικές ανωμαλίες:** Κάποιες εξαιρετικά μεγάλες ή εξαιρετικά μικρές τιμές, σε σχέση με τις γειτονικές, που εμφανίζονται σπάνια και ακανόνιστα. Μπορεί να οφείλονται σε λάθος μετρήσεις ή να παριστούν κάποιο εξαιρετικό γεγονός.
- 3) **Τάσεις:** Όταν η μέση τιμή που λαμβάνεται σε περιορισμένο χρονικό διάστημα (περιορισμένο αριθμό τιμών) δεν είναι σταθερή αλλά για διαδοχικά διαστήματα παρουσιάζει αύξηση ή μείωση ή ακόμη χαρακτηριστικές αυξομειώσεις.
- 4) **Περιοδικότητες:** Κανονικές κυκλικές ημιτονοειδείς (ή συνημιτονοειδείς) διακυμάνσεις, σαφώς προσδιοριστικού χαρακτήρα.
- 5) **Εποχικότητα:** Διακυμάνσεις που δεν είναι κυκλικές αλλά ωστόσο με σαφές χρονικό βήμα.
- 6) **Κανονικότητα:** Η διακύμανση γύρω από τη μέση τιμή ακολουθεί την κανονική κατανομή.
- 7) **Στατικότητα:** Τα στατιστικά χαρακτηριστικά της σειράς παραμένουν αναλλοίωτα στον χρόνο. Συνήθως περιοριζόμαστε στη λεγόμενη στατικότητα β' τάξεως δηλαδή η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση να είναι σταθερή.
- 8) **Εργοδικότητα:** Αν θεωρηθεί ότι μία χρονοσειρά αποτελεί μία πραγματοποίηση της τυχαίας μεταβλητής που παριστά, τότε θα μπορούσαν να υπάρξουν και άλλες πραγματοποιήσεις, ταυτόχρονες, ή σε διαφορετικούς χρόνους, της ίδιας μεταβλητής. Εργοδικότητα υπάρχει όταν τα στατιστικά χαρακτηριστικά παραμένουν τα ίδια σε όλες τις δυνατές πραγματοποιήσεις της σειράς. Ο αυστηρός έλεγχος της εργοδικότητας είναι γενικά αδύνατος, και για τον λόγο αυτό δεχόμαστε συνήθως ως εργοδική μία σειρά που είναι στατική β' τάξεως.

## Επέκταση της έννοιας της χρονοσειράς

Κατ'επέκταση των παραπάνω μία χρονοσειρά μπορεί να αναφέρεται σε μία μεταβλητή που εξελίσσεται στον χώρο, σε μία ή περισσότερες διαστάσεις, π.χ.  $g(x)$ ,  $h(x, y)$ ,  $q(x, y, z)$  ή ακόμη στον χώρο και τον χρόνο:  $g(x,t)$ ,  $h(x,y,t)$ ,  $q(x,y,z,t)$ . Όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι μία, π.χ. χρόνος ( $t$ ) ή απόσταση ( $x$ ) για την ανάλυση και σύνθεση της χρονοσειράς εφαρμόζονται πέρα από τις μεθόδους της κλασσικής στατιστικής και ειδικές μέθοδοι που αξιοποιούν την εξάρτηση των τιμών της μεταβλητής από τον χρόνο για την εξαγωγή επιπλέον συμπερασμάτων σχετικά με τη μεταβλητή και το φαινόμενο που αυτή παριστά. Μιλούμε για ανάλυση της «δομής» της μεταβλητής στον χρόνο.

Όταν η υπό μελέτη μεταβλητή εξελίσσεται σε περισσότερες διαστάσεις στον χώρο, τότε εφαρμόζονται επιπλέον μέθοδοι που είτε είναι επέκταση των μεθόδων για «**μονοδιάστατη**» ανάλυση είτε είναι καθαρά «**πολυδιάστατες**», «**χωρικές**» ή «**χωροχρονικές**» μέθοδοι που στοχεύουν στην ανάλυση και αξιοποίηση αντίστοιχα των πολυδιάστατων χαρακτηριστικών ή της χωρικής και χωροχρονικής δομής της μεταβλητής.

Στην Υδρολογία για λόγους καθαρά εποπτικούς αναφερόμαστε στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες μεθοδολογίας:

1. Στατιστική Υδρολογία (τυχαίες μεταβλητές)
2. Στοχαστική Υδρολογία (χρονοσειρές)
3. Πολυδιάστατη, γεωστατιστική και χωρική ανάλυση (χωρικές, χωροχρονικές σειρές και ομάδες μεταβλητών)

Οι τρεις παραπάνω κατηγορίες συγκροτούν την **Μαθηματική Υδρολογία**. Οι μέθοδοι που εφαρμόζονται είναι καθαρά μαθηματικές και δεν εξετάζονται καθόλου τα φυσικά χαρακτηριστικά και οι φυσικές σχέσεις των διαφόρων υδρολογικών μεταβλητών μεταξύ τους, παρά μόνο τα στατιστικά (πιθανολογικά) χαρακτηριστικά και η στοχαστική δομή τους στον χώρο και τον χρόνο.

Η **Προσδιοριστική Υδρολογία** από την άλλη πλευρά είναι αυτή που ασχολείται με τα φυσικά χαρακτηριστικά των φαινομένων που προσπαθεί να περιγράψει και να αποδώσει με προσδιοριστικές σχέσεις (χωρίς καμία τυχειότητα).

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

### Ανάλυση χρονοσειρών

Η ανάλυση μιας χρονοσειράς έχει τους εξής στόχους:

1. Τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών της που με τη σειρά τους προσδιορίζουν κάποιο φαινόμενο. Τα χαρακτηριστικά αυτά συνιστούν την **πληροφορία** για το συγκεκριμένο φαινόμενο.
2. Εκτός από την πληροφορία που είναι χρήσιμη μία χρονοσειρά μπορεί να περιέχει και παρεμβολές από άλλα φαινόμενα ή εντελώς τυχαίες διαταράξεις που συνιστούν τον **θόρυβο** της χρονοσειράς. Όταν ο θόρυβος είναι έντονος τότε μπορεί να είναι δυσχερής ή αδύνατη η εξαγωγή της πληροφορίας. Είναι συνεπώς ενδιαφέρουσα η ανάλυση και κατόπιν εξάλειψη του θορύβου, όσο αυτό είναι δυνατόν.
3. Το σύνολο πληροφορία + θόρυβος που σχηματίζουν την χρονοσειρά αντιπροσωπεύεται συνήθως από ένα μεγάλο πλήθος τιμών. Με τα στοιχεία που προέκυψαν από την ανάλυση της χρονοσειράς επιδιώκεται να σχηματιστεί ένα μοντέλο της χρονοσειράς (σε μορφή εξισώσεως) ικανό να αναπαράγει χρονοσειρές με τα ίδια χαρακτηριστικά. Αυτό αποτελεί αφ' ενός συμπύκνωση της πληροφορίας και αφ' ετέρου δίνει τη δυνατότητα παραγωγής συνθετικών σειρών είτε για επέκταση της αρχικής είτε έλεγχο όλων των δυνατών πραγματοποιήσεων της χρονοσειράς.

Όταν αντιμετωπίζεται η ανάλυση μιας χρονοσειράς, είναι συνήθως γνωστά από την θεωρία ή την εμπειρία του αναλυτή ορισμένα χαρακτηριστικά της σειράς. Για παράδειγμα, γνωρίζουμε ότι μία σειρά ημερησίων υψών βροχής από πεδινή περιοχή στην Ελλάδα, θα είναι μία σειρά θετικών τιμών από το 0 έως περίπου τα 500 mm. Εάν αντίστοιχα πρόκειται για κάποιο ηλεκτρικό σήμα, π.χ. τάση σε κάποιο ρευματολήπτη συνδεδεμένο στο δίκτυο της ΔΕΗ είναι αναμενόμενη κυκλική περιοδικότητα ~ 50 Hz.

Τα περισσότερα όμως χαρακτηριστικά της κάθε χρονοσειράς είναι εκ των προτέρων άγνωστα και επιπλέον μπορεί να μην τα υποπτευόμαστε καν. Για τον λόγο αυτό η ανάλυση πρέπει να γίνει βήμα βήμα. Τα αποτελέσματα κάθε βήματος προσδιορίζουν τους ελέγχους και αναλύσεις που θα γίνουν στη συνέχεια. Τα κύρια βήματα είναι τα ακόλουθα:

#### **1) Σχεδίαση της χρονοσειράς.**

Η γραφική παράσταση της σειράς δίνει τη δυνατότητα για άμεση αντίληψη, έστω και χονδρικά, των χαρακτηριστικών της (τάσεις, ακραία, περιοδικότητες κ.λπ.) καθώς και τον εντοπισμό εξαιρετικών τιμών που γενικά χάνονται μέσα στο πλήθος αριθμών όταν η χρονοσειρά παριστάνεται από ένα πίνακα τιμών.

## 2) Διερευνητική στατιστική ανάλυση

Γίνεται προσδιορισμός της μέσης τιμής, τυπικής αποκλίσεως, ακραίων τιμών και πλάτους τιμών. Σε πλέον προχωρημένη διερευνητική ανάλυση υπολογίζονται και επιπλέον στατιστικές παράμετροι και επιχειρείται η προσαρμογή σε κάποιο νόμο πιθανοτήτων.

## 3) Έλεγχος και αφαίρεση της τάσεως

Αναζητούμε κυρίως τη γραμμική τάση ( $1^{\text{ο}}$  βαθμού), που εκφράζεται από την ευθεία παλινδρομήσεως. Εάν δεν είναι ικανοποιητική ή εάν υπάρχουν πληροφορίες ότι μπορεί να υπάρχει σημαντική τάση άλλης μορφής (Μη γραμμική) τότε αντίστοιχα προσδιορίζεται η κατάλληλη καμπύλη.

## 4) Εξομάλυνση της σειράς

Με φίλτρα που συνήθως έχουν τη μορφή **απλών κινητών μέσων ή σταθμισμένων κινητών μέσων** απαλείφονται οι μεγάλες και απότομες διακυμάνσεις ώστε να φανεί η κύρια πορεία της σειράς και ενδεχομένως κάποια περιοδικά (εποχικά) χαρακτηριστικά της.

## 5) Κανονικοποίηση της σειράς

Προκειμένου να μπορεί να γίνει σύγκριση και επεξεργασία διαφορετικών σειρών, όταν το κύριο ενδιαφέρον είναι η μεταβολές στον χρόνο και όχι οι τιμές της μεταβλητής, κάθε χρονοσειρά μπορεί να κανονικοποιηθεί με βάση τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της, δηλαδή να μετατραπεί σε μία σειρά με μέση τιμή ίση με 0 και τυπική απόκλιση ίση με 1. Αυτό γίνεται αν όλες οι τιμές της σειράς αντικατασταθούν από τις αντίστοιχες **τυποποιημένες ή ανηγμένες τιμές**.

## 6) Ανάλυση φάσματος

Κάθε χρονοσειρά μπορεί να θεωρηθεί ότι συντίθεται από ή περιέχει έναν αριθμό τριγωνομετρικών σειρών (ημιτονοειδείς ή συν ημιτονοειδείς σειρές). Οι σειρές αυτές εκφράζουν αυστηρά περιοδικά φαινόμενα και είναι προσδιοριστικές:

$$f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow Y_K = A_K \cos(k\theta - \varphi_K)$$

Η ανάλυση φάσματος (φασματική ανάλυση) επιδιώκει να προσδιορίσει τον συνδυασμό των σειρών ημιτόνου και συνημιτόνου, με τα αντίστοιχα **πλάτη** και τη **διαφορά φάσεως** κάθε σειράς, που είναι πολλαπλάσιας συχνότητας της βασικής περιόδου της χρονοσειράς (αρμονικές), έτσι ώστε το άθροισμα τους να αναπαράγει πιστά τη χρονοσειρά. Εάν η σειρά προέρχεται από προσδιοριστικό περιοδικό φαινόμενο τότε κάποια ή κάποιες αρμονικές θα παρουσιάζουν μεγάλη συγκέντρωση **ισχύος**, δηλαδή σαφώς μεγαλύτερο πλάτος από τις άλλες

αρμονικές, και θα ξεχωρίσουν. Εάν ένας μεγάλος αριθμός αρμονικών παρουσιάζουν λίγο-πολύ το ίδιο πλάτος (η ισχύς είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη), τότε το πιθανότερο είναι να μην υπάρχουν πραγματικές περιοδικότητες αλλά αυτές να προκύπτουν σαν αποτέλεσμα των μαθηματικών μεθόδων για τη φασματική ανάλυση των χρονοσειρών.

## 7) Ανάλυση αυτοσυσχετίσεως

Η ανάλυση αυτοσυσχετίσεως δίνει και αυτή μια εικόνα του περιοδικού χαρακτήρα της χρονοσειράς. Συσχετίζεται η χρονοσειρά με τον εαυτό της αφού μετατεθεί κατά 1,2,3, κλπ χρονικά βήματα. Σε κάθε μετάθεση υπολογίζεται ο συντελεστής αυτοσυσχετίσεως. Το σύνολο των συντελεστών αυτοσυσχετίσεως σχηματίζει τη συνάρτηση αυτοσυσχετίσεως της χρονοσειράς, που δίνει τον συντελεστή αυτοσυσχετίσεως σε συνάρτηση του χρονικού βήματος.

$$\rho_{\tau} = \frac{E(x_t x_{t+\tau})}{\sqrt{E(x_t^2)E(x_{t+\tau}^2)}}$$

## 8) Ειδικές αναλύσεις

### α) Ανάλυση Markov

Είναι ένας ιδιαίτερος τρόπος υπολογισμού της συσχέτισεως μεταξύ διαδοχικών τιμών της χρονοσειράς, όπου διακρίνονται δύο μόνο καταστάσεις (0,1), δηλαδή υπολογίζεται η σχέση διαδοχικών τιμών της σειράς που έχει μετατραπεί σε ψηφιακή-δυναδική.

### β) Ανάλυση διαστημάτων

Σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα στη μελέτη της ξηρασίας, δεν έχουν σημασία οι αριθμητικές τιμές της μεταβλητής που σχηματίζει χρονοσειρά, αλλά τα χρονικά διαστήματα που οι τιμές αυτές είναι επάνω ή κάτω από κάποιο όριο που καλείται **κατώφλι**.

### γ) Συνδυασμένη ανάλυση με άλλες σειρές.

Εκτός από τις αναλύσεις που αφορούν μια και μοναδική χρονοσειρά κάθε φορά, υπάρχουν και μέθοδοι που διασταυρώνουν τις χρονοσειρές με στόχο να προσδιορίσουν κοινά χαρακτηριστικά της πορείας τους στον χρόνο.

#### 4. Χρήση των χρονοσειρών / παραδείγματα.

1. Υδρολογικές και Μετεωρολογικές σειρές, κατακρημνίσεις, παροχές, θερμοκρασίες, πίεση, ηλιοφάνεια (στον χρόνο και τον χώρο)
2. Ηλεκτρομαγνητικά κύματα υψηλών συχνοτήτων
3. Ομιλία, ήχος
4. Οικονομικά μεγέθη
5. Βιολογικές σειρές (ηλεκτροκαρδιογραφήματα, εγκεφαλογραφήματα, άλλες αναλύσεις)
6. Πειραματικές μετρήσεις
7. Μετρήσεις συγκοινωνιακών έργων.

